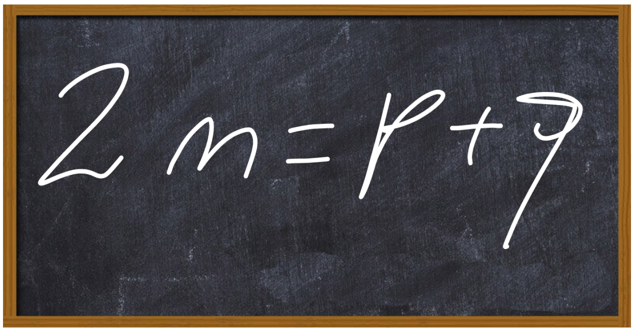
E se la Congettura forte di Goldbach fosse semplicemente falsa?!

In questo articolo scopriremo dei casi in cui la soddisfazione della Congettura forte è implicata da semplici circostanze combinatorie dipendenti dalla distribuzione dei numeri primi e faremo delle valutazioni statistico-probabilistiche sulla sua non validità per tutti i numeri pari

Dalle speculazioni di

Oreste Caroppo



Se nessuno è mai riuscito a dimostrare che

la Congettura forte di Goldabach è vera,

forse ciò è semplicemente perché essa è falsa!

Abstract

In matematica la Congettura forte di Goldbach è uno dei più vecchi problemi irrisolti nella Teoria dei Numeri. Essa afferma che ogni numero pari maggiore di 2 può essere scritto come somma di due numeri primi (che possono essere anche uguali tra loro); ma resta ad oggi una congettura, cioè un enunciato né dimostrato né smentito.

In questo articolo scopriremo per quali numeri naturali la soddisfazione della Congettura è implicata da semplici circostanze combinatorie dipendenti dalla distribuzione dei numeri primi, una dimostrazione matematica in tal caso della sua validità partendo da osservazioni più generali e basilari, da una proprietà di quei numeri pari correlata al numero cumulativo di numeri primi più piccoli del numero pari considerato, non quindi tramite ricerca e verifica separatamente della sua soddisfazione per ciascuno di questi numeri pari.

Il procedimento seguito permetterà anche di stimare una probabilità per tutti gli altri numeri pari che la Congettura forte di Goldbach non sia soddisfatta. Scopriremo come

inizialmente (cioè per numeri pari piccoli) questa probabilità è estremamente bassa, per poi portarsi, come dimostreremo con valutazioni analitiche, verso valori più alti, tendenti a 1 via via che si passa a numeri pari estremamente grandi. Motivo per cui questo approccio probabilistico ci suggerisce che, sebbene per grandissimi numeri pari sempre più grandi la probabilità che sia verificata la Congettura diventa sempre più bassa, è ben possibile che invece, per i numeri pari sottoposti ad oggi a verifica della Congettura, questa si sia rivelata sempre soddisfatta semplicemente perché numeri ancora relativamente troppo piccoli per i quali le probabilità di non verifica della Congettura sono irrisorie.

Premesse

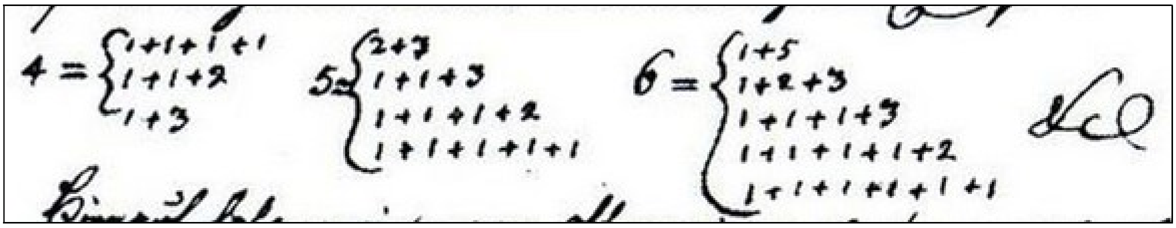
Nel 1742 il matematico prussiano Christian Goldbach inviò una lettera ad Eulero (Leonhard Euler grande matematico e fisico svizzero) nella quale proponeva una congettura sulla possibilità di scrivere certi numeri naturali come somme di numeri primi, Eulero risposte alla lettera riformulando la Congettura di Goldbach nella forma qui proposta nel virgolettato che segue e nota in ambiente matematico come la *Congettura forte di Goldbach*, ecco il suo enunciato:

"*ogni numero pari può essere scritto come somma di due numeri primi anche eventualmente uguali tra loro*"

Nel seguito quando parleremo più semplicemente di *Congettura di Goldbach* staremo sempre indicando questa congettura forte oggetto di questo articolo.

Premettiamo alcune considerazioni.

Vi è il dibattito se il numero 1 debba essere considerato numero primo o meno, e l'indirizzo maggiore odierno dei matematici pare essere quello di escluderlo dal novero dei Numeri Primi. Goldbach invece apparteneva al gruppo di quei matematici che includono 1 tra i Numeri Primi, lo dimostra il particolare, nell'immagine che segue, dalla famosa lettera che Goldbach scrisse ad Eulero nel 1742, dove nello scomporre alcuni numeri naturali come somma di numeri primi egli ricorse anche all'uso dell'1.



Dalla lettera del 1742 di Goldbach ad Eulero, particolare.

Sulla scia di Goldbach anche qui svilupperemo i ragionamenti includendo 1 tra i numeri primi, questo permetterà parecchie semplificazioni. In ogni caso i risultati ottenuti non verranno inficiati da tale scelta, sarà sempre possibile, laddove si volesse introdurre un ulteriore livello di affinazione e conseguente complicazione espositiva, rifare tutte le valutazioni, calcoli e dimostrazioni tenendo conto dell'esclusione di 1 dall'insieme dei numeri primi. Dovendo poi passare, come vedremo, alla considerazioni dell'andamento asintotico della funzione di distribuzione dei numeri primi, la funzione che conta quanti numeri primi vi sono tra zero e il numero considerato, che è funzione divergente positivamente (il suo limite $\rightarrow +\infty$ per $x \rightarrow +\infty$), includere o escludere 1 non modificherà i risultati ottenuti nella valutazione delle proprietà più generali dei grandi numeri in merito alla Congettura forte di Goldbach.

Includendo 1 tra i numeri primi abbiamo che anche per il numero pari 2 vale la Congettura di Goldbach potendo scrivere 2=1+1

Inoltre per il numero 4 =2*2 abbiamo la possibilità di immaginare la Congettura di Goldbach soddisfatta dagli addendi 1 e 3 essendo 4=1+3, altrimenti la Congettura di Goldbach per 4 sarebbe soddisfatta solo dalla somma seguente 4=2+2, 4 è l'unico numero pari per il quale la Congettura di Goldbach può essere soddisfatta utilizzando il numero primo 2, ma 2 è anche l'unico numero primo al contempo pari, per i ragionamenti che seguiranno vedremo come sia importante concentrarsi invece sui numeri primi dispari che praticamente eccetto 2 sono tutti gli altri. In conclusione quindi con l'inclusione di 1, che è numero dispari, tra i numeri primi possiamo includere anche i numeri pari 2 e 4 tra i numeri pari rappresentati dalla forma $2n$ nei ragionamenti che seguiranno senza dover fare troppi distinguo.

Ragionamento seguito

Prendiamo un numero pari che indichiamo in tal modo: $2n$ con $n \in \mathbb{N} \ \wedge \ n \neq 0$ (n appartenente all'insieme dei Numeri Naturali ed è diverso dallo zero).

Indichiamo con

P = il numero cumulativo di numeri primi inferiori (o uguali) a $2n$

Dimostreremo che se $n < 2P$ la Congettura di Goldbach è inevitabilmente soddisfatta!

Qui per l'insieme dei numeri primi stiamo considerando 1 incluso e 2 escluso, pertanto se consideriamo gli elenchi di numeri primi inferiori o uguali a $2n$, o i grafici che danno solitamente oggi P (e oggi 1 non è considerato primo e 2 invece sì), essi solitamente includeranno 2 ma escluderanno 1; con le considerazioni qui fatte, trascurando 2 e includendo 1, il numero P continuerà a rappresentare anche per noi il numero totale di numeri primi inferiori a $2n$, anche nel caso in cui n=1, ecco perché abbiamo scritto quanto in parentesi "*P = il numero cumulativo di numeri primi inferiori (o uguali) a 2n*", l'unico caso in cui un numero primo può essere uguale a $2n$ è per n=1.

Sono arrivato a questa dimostrazione partendo dall'approfondimento di quelli che in un mio precedente articolo (link al fondo dell'ultima pagina) ho definito i *Triangoli di Caroppo*, dei triangoli associabili ad ogni numero naturale che permettono su foglio quadrettato di trovare con semplici regole grafiche i suoi fattori primi, tutti i numeri primi minori o uguali a quel numero, nonché, se il numero è pari e la Congettura di Goldbach è verificata per quel numero, anche le coppie di numeri primi (eventualmente uguali tra loro) la cui somma dà quel numero, aspetto quest'ultimo importante per la storia speculativa che mi ha portato a questa dimostrazione.

I *Triangoli di Caroppo* sono stati da me esposti nello studio che ho dedicato alla personale scoperta della *Matrix universale dei Numeri* o anche da me chiamata suggestivamente *Scala degli Dei dei Numeri Primi*, *Scala di Dio*, *Schema dei Numeri Primi*, o più semplicemente *Matrix di Numeri*; un mio corposo articolo nel quale mostravo e approfondivo un metodo grafico su piano cartesiano che permette di ricavare tutti i numeri primi, e che per ogni numero naturale fornisce molteplici informazioni. Uno strumento che considero irrinunciabile per l'approfondimento e la comprensione dei numeri primi, la loro distribuzione e tante altre loro proprietà. Ma rimando per approfondimenti a quel mio primo lavoro (link al fondo dell'ultima pagina relativo al mio sito internet dedicato agli studi sulla Matematica).

Qui non sarà necessario però partire dai Triangoli di Caroppo per comprendere i ragionamenti, benché quei Triangoli abbiano guidato le mie riflessioni.

Preso il numero $2n$ collochiamo il punto che lo rappresenta sull'asse delle ascisse di un riferimento cartesiano.

Immaginiamo di segnare anche i punti dei vari numeri primi inferiori a $2n$.

Se p è uno di questi numeri primi, affinché la Congettura sia verificata deve essere primo anche q tale per cui $2n=p+q$, ma $q=2n-p$ rappresenta la misura del segmento sull'asse delle ascisse tra il punto p e $2n$.

Immaginiamo ora di segnare sul medesimo asse delle ascisse dei punti corrispondenti sempre ai numeri primi inferiori a $2n$, ma questa volta non a partire dal punto dello zero, ma a partire dal punto $2n$, e non verso destra come prima ma verso sinistra; più precisamente possiamo dire che questi nuovi punti si ottengono traslando il primo gruppo di punti verso destra di $2n$ e poi proiettandoli sull'asse delle ascisse specularmente rispetto al punto $2n$. Capiamo che se uno dei punti del primo gruppo viene a coincidere con uno dei punti di questo secondo gruppo allora ciò corrisponderà alla verifica per il caso in oggetto della Congettura di Goldbach.

A questo punto chiediamoci cosa deve accadere affinché la Congettura non sia soddisfatta.

Una condizione necessaria a tal fine è che nessun punto del primo gruppo coincida con punti del secondo gruppo.

Sia i punti del primo gruppo sia i punti del secondo gruppo, tutti compresi tra 0 e $2n$, non è difficile comprenderlo per la costruzione fatta, corrispondono tutti a punti di numeri dispari (per ascissa).

Il numero totale di numeri dispari tra 0 e $2n$ è n.

Affinché nessun punto del primo gruppo, che consta di P elementi, coincida con punti del secondo gruppo, che pur consta di P elementi, i numeri dispari tra 0 e $2n$, cioè n non dovranno essere mai inferiori a 2P.

Quando pertanto accade che $n < 2P$ il soddisfacimento di questa proprietà per $2n$ implica che la Congettura di Goldbach sarà necessariamente soddisfatta per $2n$.

In tal caso quante volte è soddisfatta la Congettura? Cioè quante saranno le coppie di numeri primi, anche eventualmente uguali tra loro, per cui la Congettura è soddisfatta?

Osserviamo in maniera preliminare che se due punti coincidono e non si tratta del punto di ascissa n, allora ci sarà anche un'altra coppia di punti coincidenti e speculare rispetto a n. Questo in quanto ad ogni punto che ha certa distanza da zero nel primo gruppo corrisponde un punto nel secondo gruppo che ha la stessa distanza da $2n$, ciò data la costruzione e il ragionamento seguito, $2n=p+q=q+p$.

Pertanto:

-) Se $2P-n$ è dispari, almeno $1+(2P-n-1)/2$ volte, non possiamo dire se incluso in tale circostanza il caso $2n=n+n$ (caso in cui n sarebbe pertanto primo), possiamo solo dire che in tal caso da $2P-n$ dispari ne deriva che anche n è dispari.

Esplicitiamo qui il caso particolare in cui $n=1$, e in tal caso $2=1+1$ soddisfa la Congettura di Goldbach nella nostra estensione che ha incluso 1 tra i numeri primi.

-) Se $2P-n$ è pari, almeno $(2P-n)/2$ volte, è escluso il caso $2n=n+n$ e n non sarà pertanto primo anche perché dovrà essere pari.

Esplicitiamo e trattiamo a parte qui il caso in cui $n=2$, per cui considerando 2 come numero primo sarebbe $2n=2*2=4=2+2$, la Congettura di Goldbach verificata una sola volta. Nel nostro caso in cui escludiamo 2 dai numeri primi ma vi inseriamo 1, essa è verificata anche una sola volta ma in questo modo $4=1+3=3+1$.

Abbiamo quindi dimostrato che se tale condizione necessaria $n < 2\text{P}$ non si verifica, allora ne consegue che per il numero $2n$ vale la Congettura di Goldbach.

Pertanto possiamo dire che se $n \geq 2\text{P}$, allora per il numero $2n$ la Congettura di Goldbach è verificata.

P ricordiamo è una funzione in tal caso di $2n$, $\text{P} = \text{P}(2n)$

Dal Teorema dei Numeri Primi sappiamo che $\text{P}(2n)$ è asintoticamente equivalente, (l'equivalenza asintotica si indica con il simbolo di Landau ~), alla seguente funzione:

$$\text{P}(2n) \sim \frac{2n}{\ln(2n)}$$

Ciò significa che: $\lim_{n\to+\infty} \frac{P(2n)}{\left(\frac{2n}{\ln(2n)}\right)} = 1$

Pertanto sebbene si osserva che per piccoli valori di $2n$ vale la condizione $n < 2\text{P}$, procedendo verso numeri pari via via più grandi incontreremo casi in cui la condizione non viene verificata e procedendo ulteriormente verso numeri pari sempre più grandi avremo che questa condizione non sarà più sempre verificata fino per numeri ancor più non esser più verificata e così verso $+\infty$, come facilmente si comprende dal confronto analitico delle curve delle due seguenti funzioni

$y = x$ e $y = 2x/\ln(2x)$

o anche osservando che $\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{2x/\ln(2x)} = \lim_{x\to+\infty} \left(\ln\left(\sqrt{2x}\right)\right) = +\infty$

Abbiamo trovato così una dimostrazione della validità della Congettura di Goldbach per alcuni numeri pari $2n$ che correlata tale validità alla distribuzione dei numeri primi, ovvero alla conoscenza di quanti numeri primi compresi tra zero e quel numero pari esistono, se tale numero che abbiamo indicato come P è maggiore di $n/2$

$$\text{P} > n/2$$

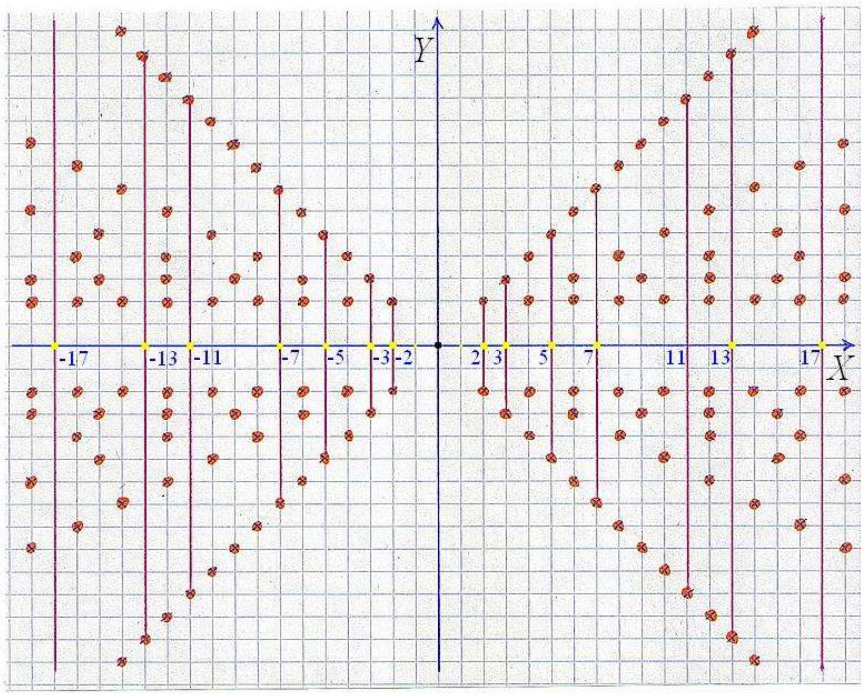
allora la Congettura di Goldbach è verificata.

Iniziando a considerare per ordine crescente i numeri primi noti, ottenibili con il semplice Crivello di Eratostene

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

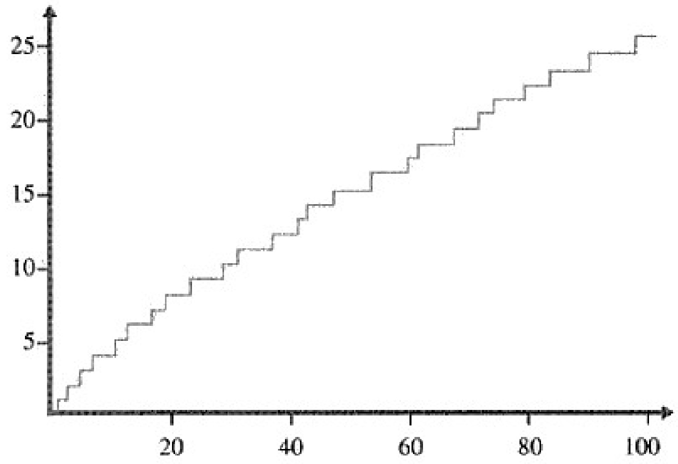
Tutti i numeri primi tra zero e 100 qui evidenziati in giallo.

o tramite la sopra citata Matrix dei Numeri, che è una sorta di crivello in forma grafica dove si sfrutta il piano cartesiano ma che fornisce al contempo assai più dati, rispetto al semplice Crivello di Eratostene, sui numeri naturali tutti, e non solo sui numeri primi,



Una possibile rappresentazione della Matrix universale dei Numeri-Scala degli Dei dei Numeri Primi secondo le proposte di Oreste Caroppo.

o avvalendoci di una curva di distribuzione dei numeri primi con il suo aspetto di scalinata irregolare



La scalinata dei numeri primi, l'aspetto che assume la funzione di distribuzione dei numeri prima quando la si guarda da vicino è quello appunto di una scalinata irregolare a gradini di varia larghezza e uguale altezza unitaria. Il grafico fornisce in ordinata il numero cumulativo di numeri primi che si incontrano iniziando a contare da zero fino al numero naturale considerato ed indicato in ascissa.

Ricordiamo che qui stiamo considerando tra i numeri primi incluso 1 e trascurato 2, motivo per cui per il nostro P($2n$) per n>1 possiamo benissimo utilizzare la funzione di distribuzione dei numeri primi consueta nella quale 2 viene contato come numero primo e 1 no.

Otteniamo così che fino al numero pari 94 è soddisfatta la condizione $P > n/2$ e per cui per tutti quei numeri pari deve essere soddisfatta la Congettura di Goldbach, ed infatti ben si verifica numero per numero per questi numeri pari che la Congettura di Goldbach è verificata.

Arrivati al numero pari immediatamente successivo, il 96, il numero P dei numeri primi minori di 96 è 24, per cui ora $P = n/2$, quindi la condizione che implica al soddisfacimento della Congettura di Goldbach qui non è presente, ciononostante la verifica sul numero mostra che la Congettura di Goldbach è comunque verificata anche in questo caso.

Procedendo nei numeri pari successivi osserviamo che fino al numero 118 incluso è soddisfatta la condizione $P > n/2$ e per cui per tutti quei numeri pari deve essere soddisfatta la Congettura di Goldbach, ed infatti ben si verifica numero per numero per questi numeri pari che la Congettura di Goldbach è verificata.

Per 120 invece $P = n/2$. E per il successivo numero pari 122 incontriamo il primo caso in cui $P < n/2$.

Fino a 118 vi sono 30 numeri primi. E idem fino al numero 120 e 122.

Osserviamo allora che

118/2=59<30*2

120/2=60=30*2

122/2=61>30*2

Ciononostante le verifiche sul numero 120 e sul numero 122 mostrano che la Congettura di Goldbach è comunque verificata anche in questo due casi.

L'andamento irregolare di crescita della distribuzione dei Numeri Primi insieme al Teorema dei Numeri primi ci permette di dire che per numeri pari sempre più grandi aumenterà la frequenta dei numeri per cui diventeranno sempre più frequenti i numeri pari per cui $\mathrm{P} < n/2$ finché questa non diventerà la norma senza più alcun numero pari per cui $\mathrm{P} \geq n/2$ fino a +∞.

Abbiamo così trovato una ragione per spiegare il perché della validità della Congettura di Goldbach per tutti i numeri pari da 2 a 94 incluso. Non stupisce pertanto che per tutti quei numeri pari inferiori a 96 la Congettura sia verificata. Per essi vi è praticamente un probabilità che essa sia verificata, basata su semplici considerazioni combinatorie, pari alla certezza! E sono questi proprio gli iniziali numeri pari su cui i matematici per ragioni di cose hanno iniziato a verificare e a ragionare sulla Congettura di Goldbach, e proprio per essi scopriamo che vi è una ragione profonda affinché tale Congettura sia verificata, non era semplicemente una casualità per essi che fosse confermata ergo!

Che cosa possiamo dire invece per i numeri pari $2n$ più grandi di 94 e per i quali è soddisfatta questa condizione $n \geq 2\mathrm{P}$?

Al momento posso dire che non trovo in tali casi alcuna ragione neppure combinatoria affinché la Congettura di Goldbach debba essere anche per essi inevitabilmente valida!

Note storiche aneddotiche

dopo anni di personali studi e speculazioni sulla Congettura di Goldbach, appoggiandomi alle possibilità di riflessione offerte dalla Matrix dei Numeri che avevo sviluppato anni primi, (la quale permette di ottenere graficamente per ogni numero pari quali sono, se esistono, le coppie di numeri primi che soddisfano la Congettura), sono quelli qui esposti i pensieri più interessanti a mio avviso cui sono giunto. Pensieri balenati tra le ore 4 e le ore 5 del mattino del 18 settembre 2023, assai prima del sorgere del Sole, durante una meditazione ad occhi chiusi nel letto in stato semi-febbricitante insonne. Avevo invocato qualche ora prima simpaticamente la ispirazione dal Dio Hermes-Mercurio, per guidare la mia concentrazione sul tema matematico, come talvolta mi piace suggestivamente fare. La mattina del giorno precedente mia madre mi aveva suggerito la visione di un interessante programma sulla matematica, la sua storia e anche i numeri primi dato sul cane Tv "Rai scuola" che mi aveva ristimolato su questi argomenti di ricerca a me già tanto cari. Non solo, nel pomeriggio, conoscendo i mie grandi interessi per la mitologia, mi aveva letto anche un bel dettagliato inserto monografico proprio sul Dio Hermes che aveva trovato in un giornaletto di enigmistica. Approdato così con sorprendente lucidità alla concatenazione di pensieri sopra esposta continuai a sviluppare il mio pensiero, come di seguito qui esposto, fino alle ore 7 e un quarto, con il Sole ormai sorto. Dopo tanto navigare per anni ero approdato finalmente nell'agognato porto che mi avrebbe permesso di guardare con meno mistero alla famosissima Congettura di Goldbach. E la procedura per affrontare quello che sembrava un problema insormontabile si è rivelata persino assai semplice, banale. Sempre in merito alle intuizioni notturne, mi piace anche ricordare come alle ore 5 e mezza circa del 22 settembre, ho avuto l'idea di scrivere la formula della probabilità, precedentemente sviluppata, in maniera più compatta tramite l'uso dei fattoriali.

Chiediamoci ora: perché dunque non abbiamo ancora trovato un numero pari per cui non valga la congettura?

Da ricerche in bibliografia apprendo che la Congettura di Goldbach pare sia stata verificata come vera per tutti i numeri pari fino a 4 000 000 000 000 000 000, quattro miliardi di miliardi; ciò grazie ad un progetto, conclusosi nel 2013; tale verifica è dovuta al portoghese Tomás Oliveira e Silva. Sarebbe stato così possibile verificare che tutti i numeri pari fino a $4 * 10^{18}$ possono essere scritti come somma di due numeri primi. Il problema principale per la realizzazione del progetto è stato quello delle risorse: man mano che il numero da scomporre cresceva, i calcoli necessari richiedevano sempre più tempo e potenza di calcolo da parte dei computer. Benché si tratti di un numero molto grande, esso, come possiamo ben comprendere, non è sufficiente di per sé per dimostrare che la Congettura sia sempre vera, potrebbe forse esistere un numero pari maggiore che non soddisfa la Congettura, non lo possiamo escludere. Non ho comunque approfondito il metodo algoritmico utilizzato per tale impegnativa verifica, i possibili errori nel calcolo e l'eventuale ricorso, spero di no, ad altre congetture matematiche concernenti i numeri primi date per vere, sebbene al momento anche esse solo congetture ritenute plausibili ma non ancora dimostrate.

I ragionamenti sin qui svolti permettono di avventurarci per i numeri pari $2n$ superiori a 94 e per i quali $n \geq 2\mathrm{P}(2n)$ nella ricerca della probabilità che per essi non sia soddisfatta la Congettura di Goldbach.

Essa potrebbe pertanto essere data da questa formula:

$$\frac{(n-\mathrm{P}) * (n-\mathrm{P}-1) * (n-\mathrm{P}-2) * \ldots * (n-\mathrm{P}-(\mathrm{P}-1))}{n^{\mathrm{P}}}$$

Esponiamo a seguire il ragionamento seguito per ottenerla.

Per il numero $2n$ esistono n numeri dispari tra 0 e $2n$. Con P indichiamo il numero di numeri primi inferiori a $2n$: P=P($2n$).

Tra questi numeri dispari si dispongono tutti questi P numeri primi (incluso 1 e trascurato 2), restano pertanto n-P posizioni vuote. Poiché nel caso considerato $n \geq 2$P, n -P$\geq$ P

A questo punto, considerato il precedente ragionamento seguito, dobbiamo posizionare sulle posizioni di quegli n numeri dispari sull'asse delle ascisse un restante gruppo di P punti

e affinché la Congettura non sia verificata essi dovranno ricadere solo e soltanto nei punti n-P che sono rimasti liberi.

Prendiamo il primo dei nuovi P punti da collocare.

Questo ha una probabilità pari a (n-P)/n di non coincidere con una posizione già occupata dai primi P punti ubicati che corrispondono ai numeri primi tra 0 e $2n$.

Se esso ricade in una posizione libera, allora la Congettura non si può ancora dire verificata per $2n$.

Passiamo al secondo elemento del secondo gruppo di P punti. Affinché la Congettura non sia ancora verificata esso dovrà ricadere in una posizione libera. Poiché i P numeri primi compresi tra 0 e $2n$ sono ovviamente tutti diversi tra loro, ne consegue che diversi tra loro dovranno essere anche i P punti del secondo gruppo, per cui questo secondo elemento non potrà mai coincidere con il primo, pertanto le restanti posizioni libere per lui saranno ora n-P-1. La probabilità complessiva che anche questo secondo punto occupi una posizione dispari libera, e che pertanto ancora non sia verificata la Congettura di Goldbach sarà data dalla seguente formula:

$$\frac{(n-\mathrm{P})}{n} * \frac{(n-P-1)}{n}$$

Per cui iterando questo ragionamento per i restanti punti del secondo gruppo arriviamo alla formula della probabilità che per $2n$ non sia verificata la Congettura di Goldbach che abbiamo esposto sopra e qui riproponiamo:

$$Pb_{per\ 2n\ non\ valga\ C.G.} = \frac{(n-\mathrm{P}) * (n-\mathrm{P}-1) * (n-\mathrm{P}-2) * \ldots * (n-\mathrm{P}-(\mathrm{P}-1))}{n^{\mathrm{P}}}$$

Possiamo scrivere il numeratore utilizzando i fattoriali anche come segue in forma più compatta:

$$(n-\mathrm{P}) * (n-\mathrm{P}-1) * (n-\mathrm{P}-2) * \ldots * \left(n-\mathrm{P}-(\mathrm{P}-1)\right) = \frac{(n-\mathrm{P})!}{(n-2\mathrm{P})!}$$

Da cui:

$$Pb_{per\ 2n\ non\ valga\ C.G.} = \frac{(n-\mathrm{P})!}{(n-2\mathrm{P})! * n^{\mathrm{P}}}$$

Un caso particolare è quello in cui dovesse essere *n*=2P, in tal caso (opportuno ricordare qui che 0!=1) la probabilità che non sia verificata la Congettura sarà:

$$\frac{\mathrm{P}!}{n^{\mathrm{P}}} = \frac{\mathrm{P}!}{(2\mathrm{P})^{\mathrm{P}}}$$

Abbiamo incontrato nella nostra breve rassegna due numeri pari per cui *n*=2P, 96 e 120.

Per il numero pari 2*n*=96, *n* è pari a 48 e P è pari a 24, la probabilità che per 96 non sia soddisfatta la Congettura di Goldbach risulta essere data da

$$\frac{24!}{48^{24}} \cong 2.7727836 * 10^{-17}$$

Una probabilità assai prossima a zero, sebbene non nulla, infinitesima!

Calcolando l'inverso quindi parliamo di una probabilità pari ad una possibilità su

$$\frac{48^{24}}{24!} \cong 3.6064841 * 10^{+16}$$

Per il numero pari 2*n*=120, *n* è pari a 60 e P è pari a 30, la probabilità che per 120 non sia soddisfatta la Congettura di Goldbach risulta essere data da

$$\frac{30!}{60^{30}} \cong 1.1998379 * 10^{-21}$$

Una probabilità assai prossima a zero, sebbene non nulla, infinitesima!

Calcolando l'inverso quindi parliamo di una probabilità pari ad una possibilità su

$$\frac{60^{30}}{30!} \cong 8.3344594 * 10^{+20}$$

Il fatto che sino ad oggi non si sia riusciti ancora a trovare un numero pari per cui non vale la Congettura potrebbe essere una conseguenza della lentezza con la quale cresce questa probabilità.

Si pensi che la probabilità di vincere alla lotteria in un paese dove sono stati venduti dieci milioni di biglietti è di 1 su 10 000 000, quindi 1 su 10^{+7}, una probabilità pertanto assai assai superiore! Capiamo dal confronto quanto siano enormemente basse le probabilità di non validità della Congettura di Goldbach per i due numeri pari considerati per i calcoli sopra riportati.

Con la formula della probabilità possiamo immaginare di stimare quanto grande debba essere un numero primo perché si abbia una più significativa probabilità di trovare per esso non verificata la Congettura di Goldbach, e trovandolo assai grande capiremmo perché oggi la probabilità, connessa alle maggiori difficoltà di calcolo numerico via via che i numeri pari vagliati crescono, ha reso vana la ricerca, dando l'illusione che per qualche oscura ragione la Congettura di Goldbach debba valere sempre per ogni numero pari. Invece, stando a questo studio, la Congettura potrebbe non essere valida per tutti i numeri pari; per lo meno non ho trovato alcuna ragione ad oggi perché debba valere per tutti i numeri pari, mentre ho trovato e qui esposto una buona ragione statistica che spiega perché ancora non si sia trovato nessun numero pari, via via che la ricerca con calcolatori prosegue, per il quale la Congettura di Goldbach non sia verificata.

Ora cerchiamo di valutare l'andamento della probabilità che per $2n$ non valga la Congettura di Goldbach per valori molti alti di $2n$, utilizzando a tal fine il Teorema dei Numeri Primi. Ricordiamo pertanto che:

$$\mathrm{P}(2n) \sim \frac{2n}{\ln(2n)}$$

Per cui:

$$Pb_{per\ 2n\ non\ valga\ C.G.} \sim \frac{\left(n - \frac{2n}{\ln(2n)}\right)}{n} * \frac{\left(n - \frac{2n}{\ln(2n)} - 1\right)}{n} * \frac{\left(n - \frac{2n}{\ln(2n)} - 2\right)}{n} \dots * \frac{\left(n - \frac{2n}{\ln(2n)} - \left(\frac{2n}{\ln(2n)} - 1\right)\right)}{n}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{\ln(\sqrt{2n})}\right) * \left(1 - \frac{1}{\ln(\sqrt{2n})} - \frac{1}{n}\right) * \left(1 - \frac{1}{\ln(\sqrt{2n})} - \frac{2}{n}\right) * \dots * \left(1 - \frac{1}{\ln(\sqrt{2n})} - \frac{1}{\ln(\sqrt{2n})} + \frac{1}{n}\right)$$

Si tratta di una produttoria all'incirca di $\frac{2n}{\ln(2n)}$ fattori tutti convergenti a 1 per n che tende a $+\infty$

Al tendere a infinito di n, P cresce più lentamente per cui si va verso una probabilità sempre più prossima a 1 che la Congettura di Goldbach non sia verificata.

Se infatti consideriamo la distribuzione dei numeri primi essi diventano via via più rarefatti al crescere dei numeri naturali. Pertanto se consideriamo un enorme numero $2n$ e consideriamo i P punti del secondo gruppo che dobbiamo ubicare sull'asse delle ascisse essi si ottengono traslando il grafico della funzione di distribuzione dei numeri primi dalla 0 ad x=2n e considerando infine il grafico speculare del grafico traslato in 2n, speculare rispetto alla retta verticale x=2n; la densità dei P punti del secondo gruppo sarà pertanto maggiore in prossimità di 2n e via via rarefatta verso lo 0, contrariamente invece all'ubicazione dei P numeri primi compresi tra zero e 2n che saranno presenti con maggiore densità verso lo zero e saranno via via più rarefatti verso 2n.

Già questa sola considerazione permette di capire intuitivamente perché la probabilità che per numeri via via più grandi la Congettura di Goldbach non sia più verificata si fa sempre più grande. La statistica allora ci dà fiducia sulla base di queste considerazioni che la Congettura di Goldbach non sia verificata per tutti i numeri pari come invece in mancanza di questo approccio al problema i più avevano creduto prestando fede agli scritti dei pur grandi matematici del passato che però non hanno fornito le dimostrazioni a quella che era e rimase una congettura appunto.

settembre 2023

Oreste Caroppo

nato a Maglie (Lecce) in Italia il 22 marzo 1977

e-mail: orestecaroppo@yahoo.it

cell. +39 347 7096175 tel: +39 0836423855

residenza in via Francesco Baracca n. 3 , Maglie (Lecce), Italia, c.a.p. 73024

su Facebook:

https://www.facebook.com/oreste.caroppo.9

https://www.facebook.com/oreste.caroppo.98

https://www.facebook.com/caroppo.oreste

Il mio sito internet correlato dedicato agli studi sulla Matematica: http://lamatrixdeinumeriprimi.altervista.org/la-scala-degli-dei-che-risolve-l-immenso-arcaico-enigma-dei-numeri-primi/

Il mio sito internet dedicato agli studi sulla Fisica: http://fiatlux.altervista.org/

Il mio sito internet dedicato all'approfondimento di altre tematiche: http://naturalizzazioneditalia.altervista.org/